



Основи теорії випадкових процесів

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 – Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>111 Математика</i>
Освітня програма	<i>Страхова та фінансова математика</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)/змішана</i>
Рік підготовки, семестр	<i>4 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>150 годин (54 лекційних, 36 практичних, 60 СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен / контрольна робота</i>
Розклад занять	<i>rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>доцент, к.ф.-м.н. Орловський Ігор Володимирович,</i> i.v.orlovsky@gmail.com Практичні: <i>асистент Колеснік Олександр Валерійович</i> lxndr.kolesnik@gmail.com ; <i>асистент Юськович Віктор Костянтинович</i> viktyusk@gmail.com
Розміщення курсу	https://do.ipk.kpi.ua/course/view.php?id=6899

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<p>Цілі дисципліни</p>	<p>Метою навчальної дисципліни є формування у здобувачів освіти здатностей:</p> <ul style="list-style-type: none"> - володіти основними поняттями та методами теорії випадкових процесів, зокрема, знати означення, основні характеристики та загальні властивості випадкових процесів; процеси з незалежними приростами; гауссові випадкові процеси; мартингали; стаціонарні процеси; марківські та дифузійні процеси; випадкові процеси у фінансовій математиці, теорії масового обслуговування та теорії ризику; - застосовувати методи теорії випадкових процесів для розв'язування теоретичних і прикладних задач; - ефективно використовувати методи теорії випадкових процесів; - навчитися працювати самостійно з навчальними посібниками, довідниками та іншими інформаційними ресурсами. - уміти аналізувати одержані результати.
<p>Предмет навчальної дисципліни</p>	<p>Основні поняття та методи теорії випадкових процесів; основні характеристики та загальні властивості випадкових процесів; процеси з незалежними приростами; гауссові випадкові процеси; мартингали; стаціонарні процеси; марківські та дифузійні процеси; випадкові процеси у фінансовій математиці, теорії масового обслуговування та теорії ризику</p>
<p>Компетентності</p>	<p>Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК1).</p> <p>Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК3).</p> <p>Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7).</p> <p>Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК8).</p> <p>Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК9).</p> <p>Здатність працювати автономно (ЗК12).</p> <p>Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1).</p> <p>Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі (ФК2).</p> <p>Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК3).</p> <p>Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних (ФК4).</p> <p>Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем (ФК6).</p> <p>Здатність математичними методами оцінювати ризики в тих предметних областях, де проводяться дослідження (ФК11).</p> <p>Здатність демонструвати математичну грамотність,</p>

	<i>послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК14).</i>
Програмні результати навчання	<p><i>Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефакхівців у галузі математики (PH7).</i></p> <p><i>Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (PH10).</i></p> <p><i>Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (PH11).</i></p> <p><i>Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ (PH17).</i></p>

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Теорія ймовірностей, основи математичної статистики

Постреквізити: Лінійний регресійний аналіз, основні математичні моделі процесів ризику

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні поняття теорії випадкових процесів

Тема 1.1. Короткий огляд необхідних понять та відомостей з теорії ймовірностей

Тема 1.2. Означення випадкової функції, випадкової послідовності та випадкового процесу. Траєкторії, скінченновимірні розподіли, функція середніх, моментні функції, коваріаційна функція та характеристична функція випадкового процесу. Приклади випадкових процесів.

Тема 1.3. Теорема Колмогорова про скінченновимірні розподіли. Теорема Бохнера. Теорема Колмогорова у термінах характеристичних функцій.

Тема 1.4. Класифікація випадкових процесів.

Розділ 2. Процеси з незалежними приростами

Тема 2.1. Випадкові блукання.

Тема 2.2. Гіллясті процеси.

Тема 2.3. Процес Пуассона.

Тема 2.4. Складний процес Пуассона.

Тема 2.5. Вінерівський процес

Розділ 3. Гауссові випадкові процеси

Тема 3.1. Гауссові процеси

Тема 3.2. Процеси дробового броунівського руху та їх застосування у фінансовій математиці

Розділ 4. Мартингали та пов'язані з ними процеси

Тема 4.1. Умовні математичні сподівання та їх властивості.

Тема 4.2. Мартингали, субмартингали та супермартингали. Моменти зупинки.

Тема 4.3. Основні властивості мартингалів та супутніх процесів.

Розділ 5. Стаціонарні процеси

Тема 5.1. Стаціонарні процеси з дискретним та неперевним часом. Процеси зі стаціонарними приростами.

Тема 5.2. Стохастичне інтегрування.

Тема 5.3. Інтерполяція та прогноз.

Розділ 6. Ланцюги Маркова, марковські та дифузійні процеси

Тема 6.1. Ланцюги Маркова

Тема 6.2. Процеси народження та загибелі

Тема 6.3. Означення, основні властивості та приклади марковських процесів.

Тема 6.4. Означення, основні властивості та приклади дифузійних процесів.

Розділ 7. Випадкові процеси у теоріях масового обслуговування та ризику.

Тема 7.1. Процеси масового обслуговування

Тема 7.2. Процеси ризику.

Тема 7.3. ϕ -субгауссові випадкові процеси та їх застосування

4. Навчальні матеріали та ресурси

Основні:

1. *Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика.* - К.: ВПЦ "Київський університет", 2007. - 494 с.
2. *Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів: Навч. Посібник.* - К.: Либідь, 1990. - 168 с.
3. *Гусак Д.В., Кулик О.М., Мішура Ю.С., Пилипенко А.Ю. Збірник задач з теорії випадкових процесів та її застосувань у фінансовій математиці та теорії ризику.* - К.: ВПЦ "Київський університет", 2008. - 287 с.
4. *Василик О.І. Козаченко Ю.В., Ямненко Р.Є. ϕ -субгауссові випадкові процеси.* К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет». - 2008. - 231 с.

Додаткові:

5. *B. Hajek. An Exploration of Random Processes for Engineers.* - 2012.
6. *Linda J. S. Allen. An Introduction to Stochastic Processes with Applications to Biology.* - 2003.
7. *Rabi N. Bhattacharya, Edward C. Waymire. Stochastic processes with applications.* - New York : Wiley, 1990.
8. *Y. Mishura, G. Shevchenko. Theory and Statistical Applications of Stochastic Processes,* - 2017, Wiley-ISTE.
9. *Ofofu, J. B., Hesse, C. A. & Otchere, F. (2014). Applied stochastic processes. EPP Books Services, Accra.*

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекції:

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.	Короткий огляд необхідних понять та відомостей з теорії ймовірностей. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 1.
2.	Означення випадкової функції, випадкової послідовності та випадкового процесу. Траєкторії, скінченновимірні розподіли, функція середніх, моментні функції. Коваріаційна функція та характеристична функція випадкового процесу. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.1; [2], п.1; [3], розділ I.
3.	Приклади випадкових процесів. Теорема Колмогорова про скінченновимірні розподіли. Теорема Бохнера. Теорема Колмогорова у термінах характеристичних функцій. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.1,2; [3], розділ II.
4.	Класифікація випадкових процесів. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.2. Випадкові блукання. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
5.	Випадкові блукання. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
6.	Випадкові блукання (продовження). <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
7.	Гіллясті процеси. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.12; [2], п.24.
8.	Гіллясті процеси (продовження). <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.12; [2], п.24. Ланцюги Маркова. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
9.	Ланцюги Маркова (продовження). <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
10.	Процес Пуассона. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.15; [3], розділ V.
11.	Складний процес Пуассона. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.17; [3], розділ XVII.
12.	Процеси народження та загибелі. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.16; [2], п.23; [3], розділ X.
13.	Вінерівський процес. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.18; [3], розділ VI.
14.	Гауссові процеси. <i>Рекомендована література:</i> [3], розділ VI.

	Процес дробового броунівського руху. <i>Рекомендована література:</i> [3], розділ VI.
16.	Умовні математичні сподівання та їх властивості. Частина 1. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.5.
17.	Умовні математичні сподівання та їх властивості. Частина 2. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.5.
18.	Мартингали, субмартингали та супермартингали: означення, приклади, основні властивості. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.13; [2], п.4; [3], розділ VII.
19.	Моменти зупинки мартингалів та супутніх процесів. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.13; [2], п.4; [3], розділ VII.
20.	Стаціонарні випадкові процеси. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.7; [2], п.6, 16, 17,18; [3], розділ VIII.
21.	L2-теорія. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.14.
22.	Стохастичні інтеграли. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.15; [3], розділ VIII.
23.	Інтерполяція та прогноз. Прогноз стаціонарної послідовності. <i>Рекомендована література:</i> [3], розділ VIII.
24.	Марківські процеси. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ XII.
25.	Дифузійні процеси. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.29; [3], розділ XII.
26.	Процеси ризику. <i>Рекомендована література:</i> [3], розділ XVII.
27.	ϕ -субгауссові випадкові процеси та їх застосування. <i>Рекомендована література:</i> [4].

Практичні заняття:

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1.	Короткий огляд необхідних понять та відомостей з теорії ймовірностей. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 1.
2.	Означення випадкової функції, випадкової послідовності та випадкового процесу. Траєкторії, скінченновимірні розподіли. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.1; [2], п.1; [3], розділ I.
3.	Функція середніх, моментні функції, коваріаційна функція. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.1; [3], розділ II. Характеристична функція випадкового процесу. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.2.; [3], розділ II.
4.	Випадкові блукання.

	<i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.10; [2], п.3; [3], розділ XI.
5.	Гіллясті процеси. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.12; [2], п.24.
6.	Ланцюги Маркова. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
7.	Ланцюги Маркова: класифікація станів. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ X.
8.	Процес Пуассона. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.15; [3], розділ V.
9.	Складний процес Пуассона. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.17; [3], розділ XVII.
10.	Процеси народження та загибелі. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.16; [2], п.23; [3], розділ X.
11.	Процеси народження та загибелі в теорії черг. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.16; [2], п.23; [3], розділ X.
12.	Вінерівський процес. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.18; [3], розділ VI. Гауссові випадкові процеси. <i>Рекомендована література:</i> [3], розділ VI.
13.	Умовні математичні сподівання та їх властивості. I. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.5.
14.	Мартингали. Моменти зупинки. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.13; [2], п.4; [3], розділ VII.
15.	Стаціонарні випадкові процеси. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.7; [2], п.6, 16, 17,18; [3], розділ VIII.
16.	Марківські процеси. <i>Рекомендована література:</i> [1], розділ 2.14; [2], п.19; [3], розділ XII.
17.	Процеси ризику. <i>Рекомендована література:</i> [2], п.29; [3], розділ XII.
18.	МКР

6. Самостійна робота студента/аспіранта

Теми для поглибленого самостійного вивчення відповідають темам лекцій та практичних занять.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, підготовку до МКР та іспиту.

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Поточний контроль на заняттях відбувається оцінюванням роботи студентів біля дошки. У разі, якщо студент був відсутній на занятті, його черга пропускається.

На занятті схвалюється пошук додаткової інформації та активна участь у обговоренні.

Розрахункові роботи перестануть прийматись на перевірку за тиждень до екзамену. До того студент має право перескладати їх довільну кількість разів.

Атестація виставляється за модульними контрольними роботами, за результатом першої спроби. Всі інші спроби на результат атестації не впливають.

Модульні контрольні роботи можливо переписувати, проте сумарний бал за них в такому випадку зменшується. Подобиці вказано в наступному розділі.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

1. Поточний контроль – робота на практичному занятті

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 умовний бал. Студент, який набрав більше всього умовних балів **Kmax**, отримує максимальну кількість балів – 10. Бали всіх інших студентів розраховуються за формулою:

$$U_s = 10 * (K / K_{max}),$$

де **K** – кількість умовних балів, які набрав студент протягом семестру.

2. Модульний контроль

Модульну контрольну роботу розбито на дві контрольні роботи:

- МКР-1: ваговий бал – 10 балів;
- МКР-2: ваговий бал – 10 балів;

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює

$$U_k = 10 \text{ балів} \times 2 = 20 \text{ балів.}$$

Кожна контрольна робота складається з 5 задач. Ваговий бал кожної задачі – 2 бали. Розв'язок задачі оцінюється в 0-2 бали наступним чином:

- якщо задача повністю розв'язана, то студент отримує 2 бали;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, або ж задача розв'язана частково, студент отримує кількість балів, що розраховується за формулою:

$$N_i = 2 * P_i / 100,$$

де **Pi** – відсоток виконання певної задачі;

- якщо відповідь незадовільна, метод розв'язування задачі неправильний – 0 балів.

3. Розрахункова робота

Ваговий бал: **Ur** = 20 балів.

Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань. Задача зараховується лише за умови повного розв'язку.

Семестровий рейтинг складається з балів поточного контролю, модульного контролю та балів за розрахункову роботу.

4. Екзаменаційна робота

Екзаменаційна робота складається з теоретичних та практичних завдань; для кожного завдання в білеті вказано кількість балів, яку можна отримати за виконання відповідного завдання. Загальна кількість балів **Ue** за екзаменаційну роботу – 50 балів.

Штрафні та заохочувальні бали:

- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка та захист рефератів, виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля; виконання індивідуального семестрового завдання – до 5 балів.

Умови допуску до екзаменаційного контролю:

Семестровий рейтинг не менше 30 балів

Загальний рейтинг підраховується за формулю:

$$R_s = U_s + U_k + U_r + U_e = 10 + 20 + 20 + 50 = 100 \text{ балів}$$

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. **Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено доцент, к.ф.-м.н., Орловський Ігор Володимирович

Ухвалено кафедрою Математичного аналізу та теорії ймовірностей (протокол № 12 від 19.06.2023)

Погоджено Методичною комісією Фізико-математичного факультету (протокол № 10 від 27.06.2023)